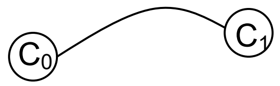
MODELISATION DES MECANISMES.

Classes d'équivalence :

C_0 : {1,2,6,8}
C_1 : {9,10,3}
Ne pas tenir compte des éléments déformables (ressort).
Colorier toujours le dessin d'ensemble.

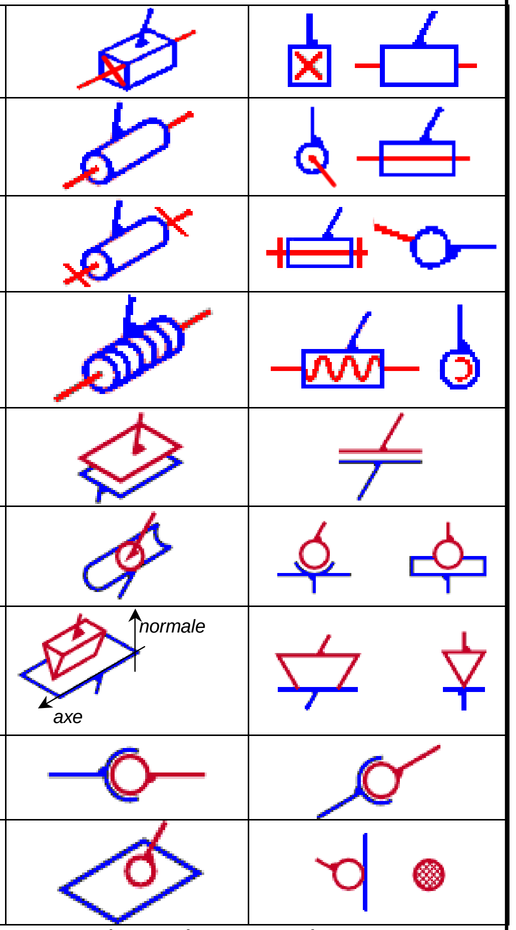
Graphe des liaisons :



L0-1 : liaison pivot d'axe (C, $\vec{x}$*)*

Tableau des liaisons :

Liaison GLISSIERE d'axe ?
Liaison PIVOT Glissant d'axe
Liaison PIVOT d'axe
Liaison HELICOIDALE d'axe
Liaison APPUI PLAN de normale
Liaison LINEAIRE ANNULAIRE d'axe
LINEAIRE RECTILIGNE d'axe et de normale +
Liaison Rotule
Liaison Ponctuelle de normale



R : *penser à mettre un repère, et réaliser le schéma en couleur.*

Rapport de réduction.

$$\omega = \frac{2.\pi.N}{60}$$

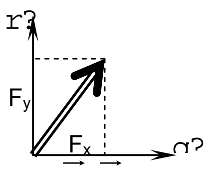
$$i = \frac{\omega_S}{\omega_E} = (-1)^n . \frac{\prod Z.menante}{\prod Z.menée}$$

n : Nbr de contact extérieur, $(-1)^n$: donne le sens de rotation

RAPPELS MATHEMATIQUES.

Notion de Vecteur :

$$\vec{F} = \begin{vmatrix} F_x \\ F_y \end{vmatrix}$$



Produit scalaire : $\vec{F_1}.\vec{F_2} = F_1.F_2.\cos(\vec{F_1},\vec{F_2})$

Produit vectoriel : $\vec{F_1} \wedge \vec{F_2} = \begin{vmatrix} Y_1.Z_2 - Z_1.Y_2 \\ -[X_1.Z_2 - Z_1.X_2] \\ X_1.Y_2 - Y_1.X_2 \end{vmatrix}$

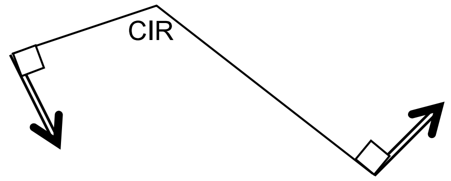
CINEMATIQUE.

Notation :

- **Mouvement 1 par rapport à 0, noté :** $M_{vt,1/0}$.
Exples : Rotation de centre B et d'axe $\vec{z}$, Mvt Plan, Translation rectiligne d'axe $\vec{x}$.
- **Trajectoire du point A de 1 par rapport à 0, noté :** $T_{A,1/0}$.
Exples : Droite (AB) ou un cercle de centre A et de rayon [AB].

- **Support ou direction d'un vecteur vitesse :** $\Delta_{\vec{V}A,1/0}$.
C'est toujours une droite tangente à la trajectoire $T_{A,1/0}$.

- **Centre Instantané de Rotation, CIR :** $I_{1/0}$
⇒ à l'intersection des perpendiculaires des vecteurs vitesses.

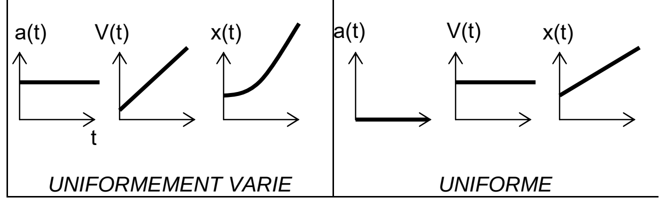


Equations du mouvement ou équations horaires :

$\theta''(t) = \theta''_0$ $\theta'(t) = \theta''_0.t + \theta'_0$ $\theta(t) = 1/2\ \theta''_0.t^2 + \theta'_0.t + \theta_0$	Si mouvement accéléré ou décéléré ⇒ $\theta''_0 \neq 0$ UNIFORME $\theta''_0 = 0$

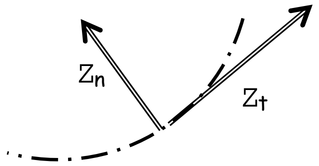
R : θ''_0, θ'_0, θ_0 constantes à déterminer (conditions initiales).
R : Mouvement de translation remplacer θ'' par **a**, θ' par **V**, θ par x.

Graphes :



Norme du Vecteur vitesse en rotation : **V = R . ω**

Accélération Normale : $\|\vec{a}_{n,M1/0}\| = \frac{V^2}{R} = R \times \omega^2$

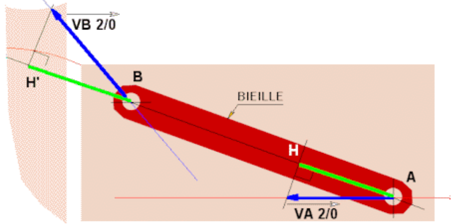


Accélération tangentielle : $\|\vec{a}_{t,M1/0}\| = R \times \omega'$

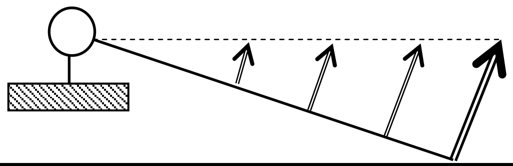
Composition des vitesses : $\vec{V}_{C,1/3} = \vec{V}_{C,1/0} + \vec{V}_{C,0/3}$

Point Coïncident : ∈ au 2 solides ⇒ $\vec{V}_{C,1/2} = \vec{0}$

Equiprojectivité des vecteurs vitesses :



Intensité des vecteurs vitesses :
Pour un mouvement de rotation



MODELISATION DES ACTIONS MECANIQUES.

- En résolution Graphique.

Bilan des Actions Mécaniques extérieures sur 1 :

Nom	P.A	Direction	sens	Norme
$\vec{B}_{2/1}$	A	—	→	200 N
$\vec{A}_{3/1}$	B	—	←	200 N

Théorème 2 Forces :
1 solide soumis à 2 A.M est en équilibre si les 2 A.M sont ALIGNEES, SENS opposé, même NORME.
Théorème 3 Forces :
1 solide soumis à 3 A.M est en équilibre si les 3 A.M sont concourantes et si le dynamique des forces est FERME.

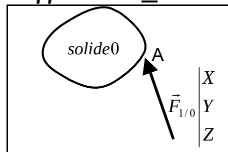
- En résolution analytique.

Bilan des Actions Mécaniques extérieures sur 1 :
- Action mécanique à distance : pesanteur
$_G\{T_{P1}\}$ avec P = m.g
- Action mécanique de contact :
$_A\{T_{2/1}\}$ $_B\{T_{3/1}\}$

Expression torsorielle des efforts transmissibles par une liaison :

LIAISON	Mobilités	Torseur
Ponctuelle de normale $\vec{z}$?	$\begin{bmatrix} T_X & R_X \\ 0 & R_Y \\ T_Z & R_Z \end{bmatrix}$	$\{T_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$

Expression torsorielle d'une force en son point d'application $\underline{A}$ ***:***



$$\vec{F}_{1/0}\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} \qquad \{T_{\vec{F}/0}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$$

Problème Plan : SIMPLIFICATION
Dans le cas de chargement plan (tous les efforts sont dans le même plan), le modèle associé d'une action mécanique peut être simplifié à **3 inconnues**.

$$\{T_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & N_{2/1} \end{Bmatrix}$$, Problème plan $(\vec{X},\vec{Y})$

$Z_{2/1}$, $L_{2/1}$, $M_{2/1}$ sont toujours nuls.

Changement de point de réduction d'un torseur :

$$\{T_{1/2}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{12} & L_{A,12} \\ Y_{12} & M_{A,12} \\ Z_{12} & N_{A,12} \end{Bmatrix} \qquad {}_B\{T_{1/2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{12} & L_{B,12} \\ Y_{12} & M_{B,12} \\ Z_{12} & N_{B,12} \end{Bmatrix}$$

X_{12}, Y_{12}, Z_{12} sont **invariants** et seul le moment varie

$$\vec{M}_B(\vec{R}_{12}) = \vec{M}_A(\vec{R}_{12}) + \vec{BA} \wedge \vec{R}_{12}$$

PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE.

- Equation torsorielle :

$$_A\{T_{2/S}\} + ... + {}_A\{T_{n/S}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Théorème de la résultante :

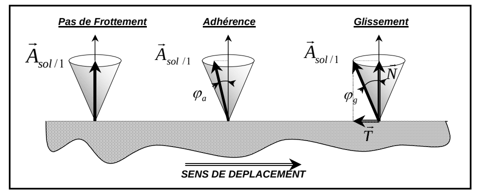
$$\vec{R}_{2/S} + ... + \vec{R}_{n/S} = \vec{0}$$

Théorème du moment résultant :

$$\vec{M}_A(\vec{F}_{2/S}) + ... + \vec{M}_A(\vec{F}_{n/S}) = \vec{0}$$

R : *3 équations et 3 inconnues pour un pb plan*
6 équations et 6 inconnues dans l'espace.

MODELISATION DES ACTIONS MECANIQUE AVEC FROTTEMENT.



Sans frottement l'action mécanique est ⊥ au plan TANGENT au deux surfaces.
L'action de contact s'oriente d'un **angle** φ de façon à **s'opposer** au sens du mouvement.

L'action peut s'orienter librement dans un cône appelé **cône de frottement**.

Relation liant la composante normale à la composante tangentielle :

T = tan φ.N = f.N

f ou μ = tan φ : Facteur de frottement

DYNAMIQUE DU SOLIDE.

EN TRANSLATION :

$$\sum \vec{F}_{extérieure/s} = M.\vec{a}_G$$

$$\sum \vec{M}_I = \vec{0}$$

EN ROTATION :

$$\sum \vec{F}_{extérieure/s} = \vec{0}$$

$$C_m - C_r = J_{G,Z}.\theta''$$

θ'' : accélération angulaire
$J_{G,Z}$: moment d'inertie

Moment d'Inertie équivalent.
avec d : d(0G)
$J_{OZ(1)} = J_{GZ(1)} + m.d^2$

ENERGETIQUE.

NOTION DE TRAVAIL.
En Translation : W = F.l. cos($\vec{F}$,$\vec{l}$).
En Rotation : W = C.θ
NOTION DE PUISSANCE.
En Translation : P = F. V. cos($\vec{F}$,$\vec{V}$)

En Rotation : P = C. ω

RENDEMENT : $\eta_{global} = \eta_1.\eta_2.....\eta_n$

$\eta = P_S/P_E = C_S.\ \omega_S/(C_e.\ \omega_e)$ $\eta < 1$.

$\frac{C_S}{C_E} = \eta.\frac{1}{i}$ i : rapport de réduction

ENERGIE POTENTIELLE DE PESANTEUR.
E_P = m.g.H

ENERGIE POTENTIELLE D'UN RESSORT.
$E_P = ½.\ k.x^2$; k: raideur du ressort.

ENERGIE CINETIQUE.
$E_C = ½\ m.\ V^2$

RESISTANCE DES MATERIAUX.

ETAT de sollicitations	Contrainte	condition de résistance
Compression OU Traction	$\sigma = \frac{\|\vec{N}\|}{S}$	$\sigma \leq R_{pe}$ $R_{pe} = R_e/k_s$
Cisaillement	$\tau_{moy} = \frac{\|\vec{T}\|}{S.n}$	$\tau_{moy} \leq R_{pg}$ $R_{pg} = R_{eg}/k_s$
Torsion	$\tau_{maxi} = G.\theta.R$ $\theta = \frac{\alpha}{L}$	$\tau_{maxi} \leq R_{pt}$ $R_{pt} = R_{et}/k_s$
Flexion	$\sigma = \frac{Y.M_{fz}}{I(G,z)}$	$\sigma_{maxi} \leq R_{pe}$

Rpe, Rpg, Rpt = résistances pratiques élastique, au glissement et à la torsion

Re, Reg, Ret = Résistances théoriques élastique, au glissement et en torsion

ks = coefficient de sécurité

E = module d'élasticité longitudinale
G = module d'élasticité transversale

I_o : moment quadratique par rapport au point G
I(G,z) : moment quadratique de la section

L = longueur de la poutre
S, So = section de la poutre

T, N = efforts tranchant et normal
M_t, M_{fz} = moment de torsion et de flexion

Loi de Hooke : σ = E.ε
ε = ΔL / Lo = allongement relatif

UNITES UTILISEES.

m : masse en Kilogramme **[kg]**
Force : en Newton **[N]**
C : couple ou moment en **[N.m]**
θ'' : accélération angulaire en **[rd/s²]**
θ' ou ω : vitesse angulaire en **[rd/s]**
N : fréquence angulaire en **[tr/min]**
θ : position angulaire en **[rd]**
a : accélération en **[m/s²]**
v : vitesse en **[m/s]**
x : position en **[m]**
$J_{G,z}$: moment d'inertie ou quadratique en **[Kg.m²]**
W : travail en Joule **[J]**
P : puissance en Watt **[W]**
E : énergie en joule **[J]**
f ou μ : facteur de frottement sans unité
i : rapport de réduction sans unité
σ : contrainte normale en **[Mpa]** ⇔ N/mm²
p : Pression en **[Bar]** : 1 Bar = 0,1 MPa