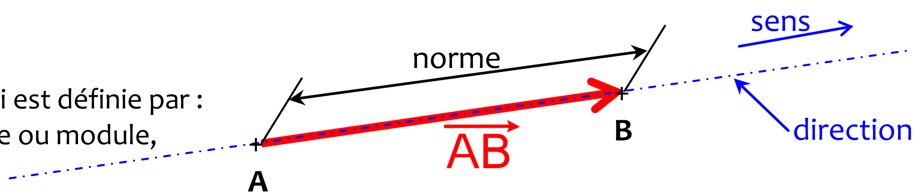
Rappels Mathématiques — *Fiche de Synthèse*

1 - LES VECTEURS.

1 - 1 Définition :

Le vecteur est une grandeur qui est définie par :

- une intensité ou norme ou module,
- une direction,
- un sens,



1 - 2 Composantes d'un Bi-point :

Les composantes du bi-point $\overrightarrow{AB}$ peuvent être obtenue à partir des coordonnées des points A et B. En effet $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

Nous obtenons donc la relation $\boxed{\overrightarrow{AB}\left|\begin{matrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{matrix}\right.}$

1 - 3 Opération sur les vecteurs :

Soient les deux vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$, avec $\vec{V}_1 = x_1.\vec{x} + y_1.\vec{y} + z_1.\vec{z}$ et $\vec{V}_2 = x_2.\vec{x} + y_2.\vec{y} + z_2.\vec{z}$

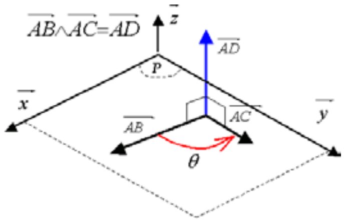
a) Somme de deux vecteurs : si $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, alors : $\vec{V} = (x_1+x_2).\vec{x} + (y_1+y_2).\vec{y} + (z_1+z_2).\vec{z}$

b) Produit par un scalaire k : si $\vec{V} = k.\vec{V}_1$, alors : $\vec{V} = k.x_1.\vec{x} + k.y_1.\vec{y} + k.z_1.\vec{z}$

c) Produit scalaire de deux vecteurs : c'est le scalaire $\vec{V}_1.\vec{V}_2 = x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2$

d) Produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$:

Il est défini par le vecteur : $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \left|\begin{matrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{matrix}\right. \left|\begin{matrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix} +(y_1.z_2 - z_1.y_2) \\ -(x_1.z_2 - z_1.x_2) \\ +(x_1.y_2 - y_1.x_2) \end{matrix}\right.$



e) *Moment d'un vecteur* $\vec{V}$ en un point A : $\overrightarrow{M_A(\vec{V})} = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{V}$

2 - LES TORSEURS.

2 - 1 Définition :

Un torseur ${}_A\{\tau\}_R$ est la réunion de deux champs de vecteurs $\vec{R}$ (résultante du torseur) et $\vec{M}_A$ (moment au point A du torseur). Notation : ${}_A\{\tau\} = {}_A\left\{\begin{matrix} \vec{R} \\ \vec{M}_A \end{matrix}\right\}_R$ dans le repère R.

Les deux vecteurs $\vec{R}$ et $\vec{M}_A$ sont les éléments de réduction au point A du torseur.
La résultante $\vec{R}$ du torseur est un invariant et le vecteur moment $\vec{M}_A$ dépend du point A.

2 - 2 Formule de changement de centre de réduction d'un torseur :

On a la relation : $\vec{M}_B = \vec{M}_A + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R}$ (BABAR) , quelque soit les points A et B.
Cette relation permet par exemple de calculer l'expression d'un torseur au point D, alors que celui-ci est exprimé au point C : ${}_D\{\tau\}_R = {}_D\left\{\begin{matrix} \vec{R} \\ \vec{M}_D = \vec{M}_C + \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R} \end{matrix}\right\}_R$

2 - 3 Opérations sur les torseurs.

a) Torseur nul : ${}_A\{\tau\}_R = \{0\} \Rightarrow {}_A\left\{\begin{matrix} \vec{O} \\ \vec{O} \end{matrix}\right\}_R$

b) Egalité de deux torseurs : ${}_A\{\tau_1\}_R = {}_A\{\tau_2\}_R \Rightarrow {}_A\left\{\begin{matrix} \vec{R}_1 = \vec{R}_2 \\ \vec{M}_A(1) = \vec{M}_A(2) \end{matrix}\right\}_R$

c) Addition de deux torseurs : $\underbrace{{}_A\{\tau\}_R = {}_A\{\tau_1\}_R + {}_A\{\tau_2\}_R}_{\text{même point de réduction}} \Rightarrow {}_A\left\{\begin{matrix} \vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_2 \\ \vec{M}_A = \vec{M}_A(1) + \vec{M}_A(2) \end{matrix}\right\}_R$

S.Pigot