PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

Référence au programme

3 - Statique

3.1 Principe fondamental de la statique.

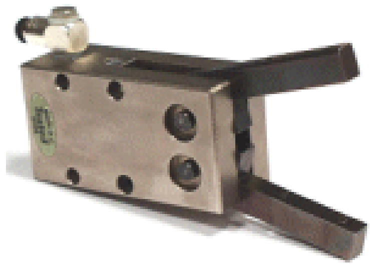
S.T.I

Référence au module

*module **4*** : Statique.

1- Objectifs de la séquence :

Déterminer *analytiquement les actions de liaison.*

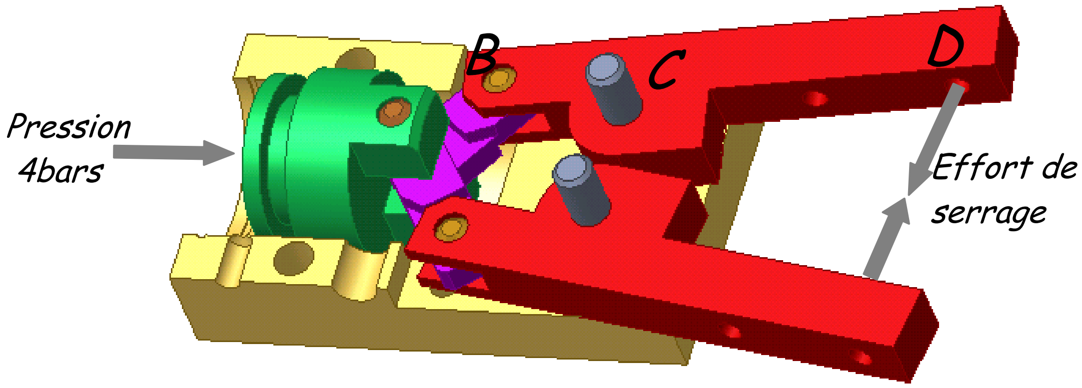


2- Situation pédagogique :

prérequis	Modélisation des Actions Mécaniques. Géométrie vectorielle.
connaissances visées	P.F.S.
nature de la démarche	Acquisition de connaissances.
à savoir	**Appliquer** le P.F.S.

1. Objectif de l'etude.

⇨ *Déterminer l'effort de serrage de la pince.*



⇨ *Hypothèses :*

- La pince admet un plan de symétrie géométrique(x,y).
- Le poids propre des pièces constituant la pince est négligé devant les actions mises en présences.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- L_{15} : Liaisons Pivot d'axe (C,z).
- L_{P5} : Liaisons ponctuelle de normale (D,y).

2. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE.

Notion d'équilibre :

Un solide est dit en ***équilibre*** s'il est, et demeure ***immobile*** par rapport à un repère absolu.

Enoncé :

Un solide indéformable en équilibre soumis à n actions extérieures reste en équilibre si :

- La somme vectorielle des actions mécaniques extérieures est nulle

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{2/S} + \ldots\ldots + \overrightarrow{F}_{n/S} = \vec{0}}$$

en proj. sur $\vec{X} : X_{2/S} + \ldots. + X_{n/S} = 0$

en proj. sur $\vec{Y} : Y_{2/S} + \ldots. + Y_{n/S} = 0$

en proj. sur $\vec{Z} : Z_{2/S} + \ldots. + Z_{n/S} = 0$

- La somme vectorielle des moments de ces actions extérieures par rapport à n'importe quel point I est nulle :

$$\boxed{\overrightarrow{M_I(\overrightarrow{F}_{2/S})} + \ldots\ldots + \overrightarrow{M_I(\overrightarrow{F}_{n/S})} = \vec{0}}$$

en proj. sur $\vec{X} : L_{I,2/S} + \ldots. + L_{I,n/S} = 0$

en proj. sur $\vec{Y} : M_{I,2/S} + \ldots. + M_{I,n/S} = 0$

en proj. sur $\vec{Z} : N_{I,2/S} + \ldots. + N_{I,n/S} = 0$

Equation torsorielle du PFS :

$$\boxed{{}_I\left\{T_{2/S}\right\} + \ldots\ldots. + {}_I\left\{T_{n/S}\right\} = \begin{Bmatrix}\vec{0}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$$

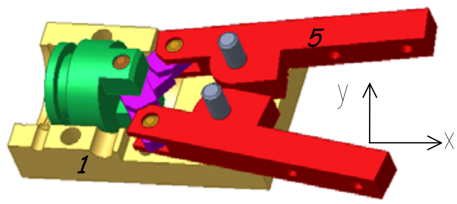
Théorème des actions mutuelles :

$$\boxed{{}_I\left\{T_{1/2}\right\} = -{}_I\left\{T_{2/1}\right\}}$$

3. APPLICATION.

Données :

- Coordonnées des points : B(25,10) - C(45,8) - D(90,15)



- $\{T_{(3/5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{B}_{(3/5)} \\ \overrightarrow{M}_{B,(3/5)}\end{matrix}\right\}_B = \left\{\begin{matrix}110 & 0 \\ 110 & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_B$

Hypothèses :

- La pince admet un plan de symétrie géométrique($\vec{x}$, $\vec{y}$). L'étude sera menée dans ce plan.
- Le poids propre des pièces constituant la pince est négligé devant les actions mises en présence.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- L_{15} en C: Liaisons Pivot d'axe $\vec{z}$.
- L_{P5} : Liaisons ponctuelle de normale (D, $\vec{y}$).

Réalisons le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur le doigt 5 :

Action Mécaniques à distance

Ici d'après nos hypothèses nous considérons que $\{T_{(P5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{P}_5 \\ \overrightarrow{M}_{G,(P5)}\end{matrix}\right\}_G = \left\{\begin{matrix}- & - \\ - & - \\ - & -\end{matrix}\right\}_G$

Action Mécaniques de contact

- $\{T_{(P/5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{D}_{(P/5)} \\ \overrightarrow{M}_{D,(P/5)}\end{matrix}\right\}_D = \left\{\begin{matrix}- & - \\ - & - \\ - & -\end{matrix}\right\}_D$ « modélisation des efforts transmissibles par une liaison Ponctuelle »

- $\{T_{(1/5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{C}_{(1/5)} \\ \overrightarrow{M}_{C,(1/5)}\end{matrix}\right\}_C = \left\{\begin{matrix}- & - \\ - & - \\ - & -\end{matrix}\right\}_C$ « modélisation des efforts transmissibles par une liaison Pivot »

- $\{T_{(3/5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{B}_{(3/5)} \\ \overrightarrow{M}_{B,(3/5)}\end{matrix}\right\}_B = \left\{\begin{matrix}110 & 0 \\ 110 & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_B$

Réduction en C :

$\{T_{(P/5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{D}_{(P/5)} \\ \overrightarrow{M}_{C,(P/5)}\end{matrix}\right\}_C = \left\{\begin{matrix}- & - \\ - & - \\ - & -\end{matrix}\right\}_C$ - $\vec{M}_{c,(p/5)} = \vec{M}_{D,(p/5)} + \overrightarrow{CD} \wedge \vec{D}_{(p/5)}$

....

$\{T_{(3/5)}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{B}_{(3/5)} \\ \overrightarrow{M}_{C,(3/5)}\end{matrix}\right\}_C = \left\{\begin{matrix}110 & - \\ 110 & - \\ 0 & -\end{matrix}\right\}_C$ - $\vec{M}_{c,(3/5)} = \vec{M}_{B,(3/5)} + \overrightarrow{CB} \wedge \vec{B}_{(3/5)}$

....

Equation traduisant l'équilibre du doigt 5 :

$$ {}_C\{T(1 \to 5)\} + {}_C\{T(3 \to 5)\} + {}_C\{T(P \to 5)\} = {}_C\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix} $$

0 =………………………………………………………………………………………

0 =………………………………………………………………………………………

0 =………………………………………………………………………………………

0 =………………………………………………………………………………………

0 =………………………………………………………………………………………

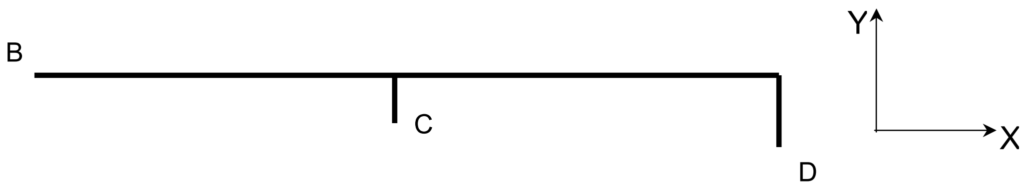
0 =………………………………………………………………………………………

Résolution

X_{15} = ………..N ; Y_{15} = ………..N ; L_{15} = ………..N ; M_{15} = ………..N ; $Y_{P/5}$ = ………..N.

En conclusion nous obtenons $\{T_{(1/5)}\} = {}_C\begin{Bmatrix} \vec{C}_{(1/5)} \\ \overrightarrow{M}_{C,(1/5)} \end{Bmatrix} = {}_C\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}$ $\{T_{(P/5)}\} = {}_D\begin{Bmatrix} \vec{D}_{(P/5)} \\ \overrightarrow{M}_{D,(P/5)} \end{Bmatrix} = {}_D\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}$

Placer sur la figure les actions $\overrightarrow{C_{15}}$ et $\overrightarrow{D_{P/5}}$



✐ Echelle : 2O N ⇔ 10 mm